Trabajo Practico N°4:

Radicación de Números reales. Propiedades

Raíz enésima de un número real.

Para comprender lo que es la raíz enésima de un número, es necesario tener en claro los términos de la radicación, estos son el radicando, el índice radical y la raíz:

- El radicando es el número al cual queremos hallar su raíz.
- El índice radical nos indica cuantas veces debemos multiplicar por sí mismo un número para así obtener el radicando.
- La raíz es aquel número que si se multiplica por sí mismo las veces que indica el índice radical, da como resultado el radicando.

Llamamos radical a una expresión de la forma $\sqrt[n]{b}$ ($\mathbf{b} \in \mathbb{R}$; $\mathbf{n} \in \mathbb{N}$; $\mathbf{n} > 1$), en el cual.

Índice ← $$\sqrt[\mathbf{n}]{\mathbf{b}} = \mathbf{a}$$ → Raíz

Radicando

Un radical representa la raíz enésima de un número real, que se define así:

- Para $\mathbf{n}$ par y $b \geq 0$: $\sqrt[n]{b} = a \leftrightarrow b = a^n$ y $a \geq 0$
- Para $\mathbf{n}$ impar: $\sqrt[n]{b} = a \leftrightarrow b = a^n$

Las propiedades de la radicación son análogas con las de la potenciación. En muchos casos, las propiedades de la radicación nos permiten simplificar los cálculos y transformar expresiones que contienen radicales en otras equivalentes más sencillas. Es importante tener presente que las propiedades son válidas solo en los casos en los que todas las raíces involucradas sean números reales.

Importante: Todo radical puede expresarse en forma de potencia de exponente fraccionario, según la siguiente regla:

$$\sqrt[n]{a^m} = (a)^{\frac{m}{n}}$$

Índice

Numerador del exponente (Exponente del radicando)

Denominador del exponente (Índice)

Radicando

Exponente del radicando

Base (Radicando)

Actividades:

1) Completar la tabla dando ejemplos que verifiquen a cada propiedad.

Propiedades	Expresión Simbólica	Ejemplo
Potencia de exponente fraccionario.	$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = (a)^{\frac{m}{n}}$	
Raíz de un producto. *(Distributiva respecto de la multiplicación).*	$\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}\,.\,\sqrt[n]{b}$ $(a\,.\,b)^{\frac{1}{n}} = (a)^{\frac{1}{n}}\,.\,(b)^{\frac{1}{n}}$	
Raíz de un cociente. *(Distributiva respecto de la División).*	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{(a)^{\frac{1}{n}}}{(b)^{\frac{1}{n}}}$	
Raíz de una raíz.	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}\ ;\ a \geq 0$ $\left((a)^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = (a)^{\frac{1}{m.n}}$	
Simplificación de índices.	$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:r]{(a)^{m:r}} \iff r \neq 0$ $(a)^{\frac{m}{n}} = (a)^{\frac{m:r}{n:r}}$	
Amplificación de índices.	$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n.r]{(a)^{m.r}} \iff r \neq 0$ $(a)^{\frac{m}{n}} = (a)^{\frac{m.r}{n.r}}$	
Eliminación del Radical	$\sqrt[n]{a^n} = a \quad \leftrightarrow n\ es\ impar$ $\sqrt[n]{a^n} = \lvert a\rvert \quad \leftrightarrow n\ es\ par$	$\sqrt[\cancel{5}]{(-6)^{\cancel{5}}} = -6$ o $\sqrt[\cancel{5}]{(6)^{\cancel{5}}} = 6$ $\sqrt[\cancel{4}]{(-8)^{\cancel{4}}} = \lvert -8\rvert = 8$

2) Expresar las siguientes potencias como un radical y resolver.

$(8)^{\frac{1}{3}} =$ $\qquad$ $(27)^{-\frac{2}{3}} =$ $\qquad$ $(36)^{0,5} =$ $\qquad$ $(32)^{-0,4} =$ $\qquad$ $(729)^{\frac{1}{6}} =$

3) Aplicar las propiedades de la potenciación, transformar cada una de las siguientes expresiones en una potencia única y por último expresar el resultado como un radical.

$(3)^{\frac{2}{3}} .\ 3 =$ $\qquad$ $\left(m^{\frac{3}{4}} : m^{2}\right)^{\frac{1}{5}} =$ $\qquad$ $(2)^{\frac{1}{2}} .\ (2)^{\frac{3}{2}} :\ (2)^{\frac{1}{3}} =$ $\qquad$ $\dfrac{(r)^{\frac{1}{3}} .\ (r)^{-1}}{(r)^{\frac{4}{3}} :\ (r)^{\frac{1}{2}}} =$

4) Hallen la mínima expresión aplicando propiedades, enúncielas.

$\sqrt[3]{8 . \sqrt{2}} =$ $\qquad$ $\sqrt{\dfrac{\sqrt[5]{5}}{25}} =$ $\qquad$ $\sqrt[4]{a} : \sqrt{a^{-1}} =$ $\qquad$ $b^{2} .\ \sqrt[3]{b^{2}} =$

5) Simplificar los siguientes radicales y cuando sea posible expresar el resultado como potencia de exponente fraccionario. Recomendación, trabajar con números factorizados.

$\sqrt[4]{16} =$ $\qquad$ $\sqrt[6]{27} =$ $\qquad$ $\sqrt[5]{\left(\dfrac{1}{1024}\right)^{-1}} =$ $\qquad$ $\sqrt[6]{(3)^{8}} =$ $\qquad$ $\sqrt[5]{\left(\dfrac{1}{5^{5}}\right)^{-2}} =$ $\qquad$ $\sqrt{(7)^{10}} =$

6) Encontrar el valor de $\boldsymbol{a}$ en cada igualdad.

$\sqrt[3]{\sqrt[a]{7}} = \sqrt[18]{7}$ $\qquad$ $\sqrt[a]{\sqrt[a]{\sqrt[a]{8}}} = \sqrt[8]{8}$ $\qquad$ $\sqrt[2a]{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[16]{2}$ $\qquad$ $\sqrt[a+3]{5} = \sqrt[a]{\sqrt{5}}$

7) Utilizar la propiedad de Potencia de exponente fraccionario para simplificar la siguiente expresión.

$a)\ \sqrt[9]{a^{2} .\ \sqrt[3]{a^{4} . \sqrt[5]{a^{4}}}} =$ $\qquad$ b) $\dfrac{a . b . \sqrt[3]{a . \sqrt[4]{b^{3}}}}{\sqrt[4]{a . \sqrt[5]{b^{2}}} .\ \sqrt[12]{a . \sqrt[5]{b^{9}}}} =$

$c)\ \sqrt[5]{9 . \sqrt[3]{81 . \sqrt{3}}} .\ \sqrt[10]{27} =$ $\qquad$ $d)\ \sqrt[4]{\dfrac{16^{2}}{81^{3}}} .\ \sqrt[5]{32^{2} .\ 243^{3}} =$

$e)\ \sqrt[5]{9^{6} .\ \sqrt[3]{27^{2} . \sqrt[4]{81^{3}}}}$ $\qquad$ $f)\ \sqrt{\sqrt{\sqrt{16^{2}}} : \left(\sqrt[4]{16}\right)^{3}} =$

8) Calcular el valor de $\boldsymbol{x}$ en las siguientes igualdades.

$\sqrt[3]{3 .\ \sqrt[4]{9} .\ \sqrt[5]{27}} = \sqrt[4x]{81 . 3^{7}}$

¡Éxitos!