Instituto Nuestra Señora del Huerto N°8070 – Orán

Matemática Año: 2020

El modelo Cuadrático

Trabajo Práctico N°5

Resolución de problemas, lectura de información y modos de representación

La intención de esta primera parte, es acompañarlos en el estudio de las funciones cuadráticas. Encontrarán tres problemas a resolver, ambos presentados en un contexto que seguramente conocen. Uno trata sobre la ganancia mensual de una fábrica, otro sobre la temperatura de una región y el último sobre el tiempo que le lleva repartir el diario. Si bien son contextos muy diferentes, en cada uno de ellos se propone una relación para estudiar la situación que se plantea. Más allá de sus diferencias, estas tres funciones también tienen características comunes que empezaremos a estudiar. Trabajaremos con las fórmulas de estas funciones, con tablas de valores y con gráficos cartesianos: estos tres registros son diferentes maneras de representar una misma función.

Actividad 1

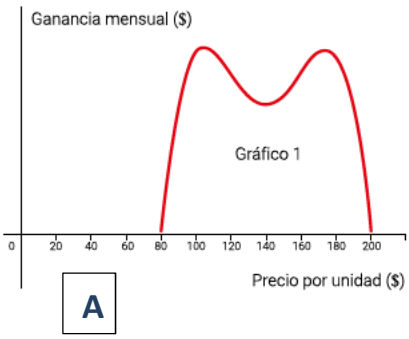
En una fábrica se elaboran, entre otras cosas, bombillas. Los dueños de la fábrica, para decidir qué precio cobrarán por cada bombilla, han tenido que considerar los costos necesarios para la fabricación de cada una y la relación entre el precio del producto y la cantidad de ventas que podrían realizar. Es así como elaboraron la fórmula de una función que les permite calcular la ganancia mensual por la venta de las bombillas, dependiendo del precio por unidad que ellos fijen. La fórmula es:

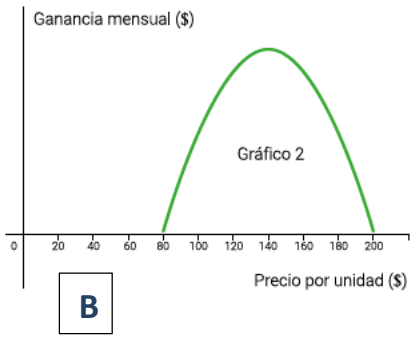
$$G(p) = 18.000 - 5 \bullet (p - 140)^2$$

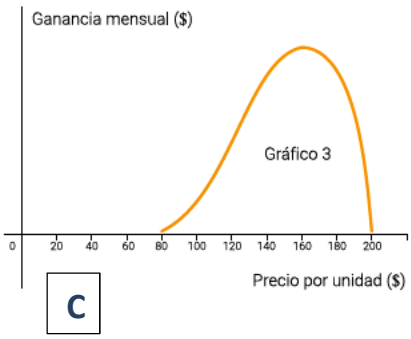
1-1 Realicen en sus cuadernos o carpetas las actividades que se solicitan a continuación:

- **a)** Verifiquen si, con un precio de $100 por cada bombilla, la ganancia de un mes sería $10.000.
- **b)** Si el precio que fijaran los dueños fuera de $114 por cada bombilla, ¿cuánto ganarían? ¿Y si el precio por cada bombilla fuese $110?
- **c)** ¿Qué precio podrían cobrar cada bombilla si quisieran obtener una ganancia mayor que la obtenida con un precio de $114 por bombilla? ¿Cuál es el precio por bombilla que permite obtener la ganancia más grande posible?
- **d)** ¿Es cierto que si aumenta el precio por unidad aumenta la ganancia? ¿Por qué piensan que ocurre esto?
- **e)** Propongan otro valor de precio por bombilla con el cual se pueda obtener una ganancia mensual de $14.620, que es la ganancia mensual si se cobrasen $114 por bombilla.
- **f)** ¿Es posible obtener una ganancia de $16.875? ¿Para qué valor/es de precio por bombilla?

1-2 Decidan cuál o cuáles de los siguientes gráficos podrían representar la función estudiada (Ganancia en función del precio de cada bombilla):







Comentarios sobre la Actividad 1

En esta actividad, G es el nombre de la función "Ganancia mensual en función del precio unitario" y p hace referencia al precio unitario de cada bombilla.

En el ítem **a)** se pide encontrar la ganancia mensual cuando el precio unitario es $100, es decir G (100). Para esto, tienen que reemplazar el precio fijado para cada bombilla en la fórmula: en este caso, hay que reemplazar p por 100. Tengan en cuenta que lo que está elevado al cuadrado es solamente el resultado de la resta. Con la misma idea pueden contestar el ítem **b).**

Para el ítem **c),** les sugiero que armen una tabla de valores y ordenen los precios que elijan de menor a mayor. Aquí les ejemplifico una posible tabla para que completen, pero pueden agregar más valores, todos los necesarios para encontrar la máxima ganancia:

Precio por bombilla (en pesos)	Ganancia mensual (en pesos)
100	10.000
110	
114	

Esperando que en el ítem **d)** se hayan dado cuenta de que si van eligiendo un precio cada vez mayor, la ganancia no es cada vez más grande. Esto ocurre a partir de $140. ¿Por qué puede pasar esto? Podemos pensar que, al aumentar demasiado el precio, la gente empieza a comprar menos de estas bombillas y entonces la fábrica tiene menos ingresos. En las próximas preguntas vamos a empezar a entender este comportamiento analizando la fórmula de la función.

Hasta acá sabemos que la ganancia mensual es cada vez más grande cuando aumentamos el precio de cada bombilla, pero solo hasta $140. A partir de ahí, si seguimos aumentando el precio por unidad, la ganancia es cada vez más chica. Probando con muchos valores más chicos y más grandes que 140, vemos que las ganancias mensuales se empiezan a repetir. De esta manera podemos encontrar que si cobramos $166 por unidad, la ganancia será la misma que si cobramos $140 por unidad: en ambos casos, la ganancia será $14.620. Entendamos por qué pasa esto mirando la fórmula.

Al reemplazar p por 114, el paréntesis (114 − 140) nos da -26, mientras que al reemplazar por 166 se obtiene 26. Cuando elevamos al cuadrado el paréntesis, tanto -26 como 26 nos da el mismo resultado, 676. Esto hace que la ganancia mensual sea la misma en ambos casos, 14.620.

Para responder el ítem **f)** es decir, para lograr que la ganancia mensual sea $16.875, podemos pensarlo en varios pasos. Primero, hay que encontrar los números para que al hacer 18.000 menos esos números, el resultado sea 16.875. En este caso hay un solo número, 1125. Entonces:

$$5 \bullet (p - 140)^2 = 1125$$

Ahora podemos encontrar el número que, al multiplicarlo por 5, dé 1125. Ese número es 225. Entonces:

$$(p - 140)^2 = 225$$

Finalmente, tenemos que encontrar los números que al cuadrado den 225. Hay dos números que cumplen esto, 15 y -15. Entonces:

$$p - 140 = 15 \quad \text{o} \quad p - 140 = -15$$

De estas dos últimas condiciones llegamos a que la ganancia mensual es de $16.875 cuando el precio de cada bombilla es $155 o $125.

Actividad 2

Los registros de temperatura tomados en una zona rural, un día del mes de julio entre las 0 horas y las 15 horas, se ajustan a la función: $T(x) = -4 + 0{,}1(x - 8)^2$, donde T es la temperatura en grados Celsius y x la hora del día. Respondan en sus cuadernos o carpetas los siguientes interrogantes:

- **a)** ¿Qué temperatura hubo a las 2 de la mañana?
- **b)** ¿En algún momento de la mañana se registró la misma temperatura que a las 15 horas?
- **c)** ¿En algún momento del día se registró la misma temperatura que a las 0 horas?
- **d)** ¿Es posible haber registrado antes de las 15 horas una temperatura de -1,5°C? ¿Y de -5°C?
- **e)** ¿Cuál fue la temperatura mínima entre las 0 y las 15 horas, y a qué hora se registró?
- **f)** Realicen un gráfico aproximado de la función T.

Comentarios sobre la Actividad 2

Este problema es bastante parecido al anterior, más allá de que involucra números negativos y decimales. Una diferencia es que la función del problema anterior alcanzaba un valor máximo, mientras que la de este problema alcanza un valor mínimo (-4°C a las 8 horas). Sin embargo, la fórmula tiene el mismo formato (por ejemplo, tiene un paréntesis al cuadrado), por lo cual lo hecho en la Actividad 1 te puede ayudar para buscar en esta actividad las horas del día con la misma temperatura.

Actividad 3

Alejandro es repartidor de diario de Villa Hermosa y un excelente ciclista. Para mantener su estado físico y poder competir debe entrenar continuamente, por lo que ha decidido efectuar el reparto en bicicleta. Todas la mañanas va arrojando los diarios uno a uno en las puertas de sus clientes sin detenerse y, así, entrena mientras trabaja.

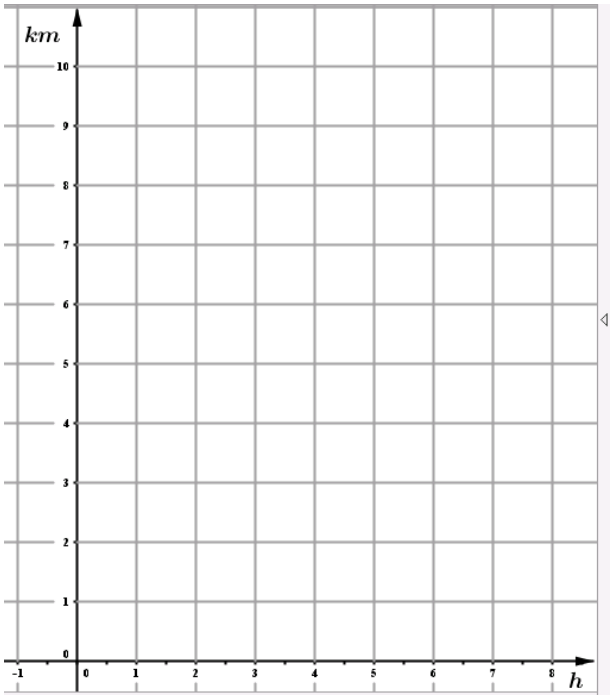
La distancia al puesto de diario $d(\,en\ km)$ a la que se encuentra en cada momento durante su jornada de trabaja está expresada en función del tiempo $t(\,en\ horas)$ mediante la siguiente fórmula:

$$\boldsymbol{d(t) = 6.t - t^2}$$

3-1 Completen la siguiente tabla de valores.

Tiempo (h) t	Distancia (km) d
0	
1	
2,5	
3	
4	
5,5	
6	

3-2 Representen los datos de la tabla en el gráfico y unan los puntos con una curva.



3-3 Respondan en sus cuadernos o carpetas los siguientes interrogantes:

a) ¿Cuántas horas dura el recorrido?
b) ¿Cuántos kilómetros hace diariamente para completar el reparto?
c) Si Alejandro sale a trabajar a las 4:00 hs, ¿a qué hora se encuentra más lejos del puesto y a qué distancia está en ese momento?

¡Éxitos!!